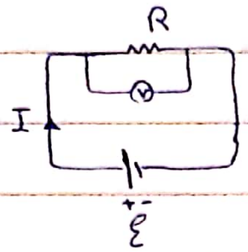
جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

@jove_iut

www.jozve-iut.ir

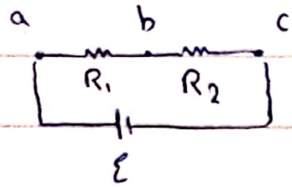
قانون اهم :



$V \propto I$ $\qquad$ $V = RI$ $\qquad$ قانون اهم برای مقاومت ها

فصل 29 _ مدارهای DC :

- مقاومت های متوالی و موازی :

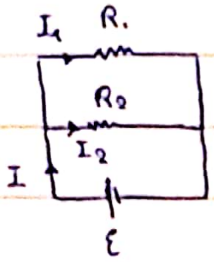


$$\varepsilon = V_a - V_c = \underbrace{V_a - V_b}_{V_{R_1}} + \underbrace{V_b - V_c}_{V_{R_2}} \Rightarrow \varepsilon = V_1 + V_2$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{I} = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} = \underbrace{\frac{V_a - V_b}{I}}_{R_{معادل}} = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} \Rightarrow R_{معادل} = R_1 + R_2$$

@jozve_iut

$$\Rightarrow R_{معادل} = R_1 + R_2 + \dots$$ مقاومت های متوالی



$I = I_1 + I_2 \qquad (V_1 = V_2) = \varepsilon$

$$\Rightarrow \frac{I}{\varepsilon} = \frac{I_1}{V_1} + \frac{I_2}{V_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{معادل}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{معادل}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$ مقاومت های موازی

حالت خاص ۲ مقاومت موازی ! :

$$R_{معادل} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

$P = \frac{dE}{dt}$ (انرژی / دوره‌ی زمانی) $= \dots = IV = \frac{V^2}{R} = RI^2$ توان مصرفی یک مقاومت

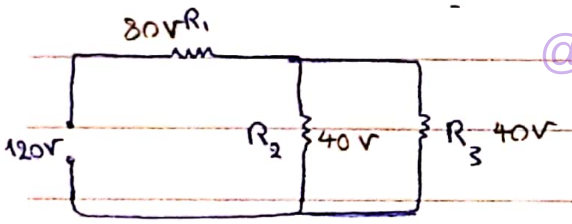
* $\frac{dE}{dt} = v\frac{dq}{dt}$ ($= I$) $= vI$

* وقتی توان مصرفی یک وسیله دارای شود در حقیقت $\frac{V^2}{R}$ را ساطع می‌کند.

مثال) سه لامپ 120V و 60 W مطابق شکل به یک منبع 120 V وصل شده‌اند.

الف) اتلاف کل P (منظور توان کل این ۳ لامپ مجموعه P)

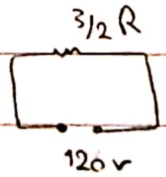
ب) اختلاف پتانسیل دو سر هر لامپ را بدست آورید.



الف) $R_1 = R_2 = R_3$ (با توجه به اطلاعات مسئله)

R معادل $= ?$ $P_{\text{تلف شده}} = \frac{V^2}{R_{\text{معادل}}}$ $R_{\text{معادل}} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$ (۲ مقاومت موازی)

$\Rightarrow$ پس $R_{eq} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R \Rightarrow$

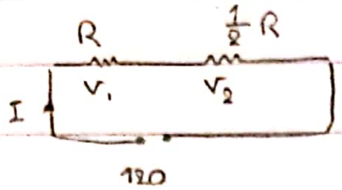


مقاومت هر لامپ با $P = R$

$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \frac{120 \times 120}{60} = R = 240\ \Omega$

$\rightarrow R_{eq} = 360\ \Omega \Rightarrow P_{\text{اتلافی}} = \frac{120 \times 120}{360} = 40\ w$ ← پاسخ الف

@jozve_iut
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان



ب) $V_1+V_2=120V$

↳ $RI+\frac{1}{2}RI=\frac{3}{2}RI=120V \Rightarrow RI=80V$

$\Rightarrow V_1=80 \quad V_2=40 \quad V_3=V_2=40V$

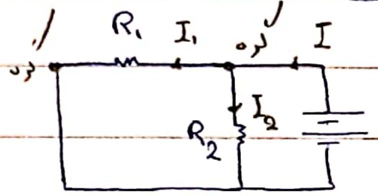
در مدار موازی یکسان‌اند

قانون حلقه:

مجموع افزایش و کاهش ولتاژ در یک حلقه صفر است. (از + به - برای مقاومت‌ها)

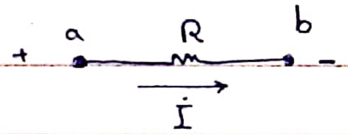
قانون گره:

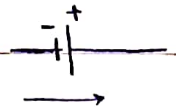
مجموع جبری تمام جریان‌هایی که به یک گره وارد می‌شوند صفر است.



$I=I_1+I_2$ یا $I-I_1-I_2=0$

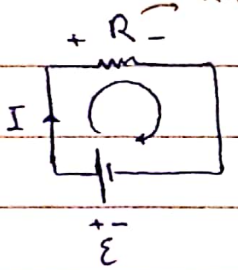
@jozve_iut





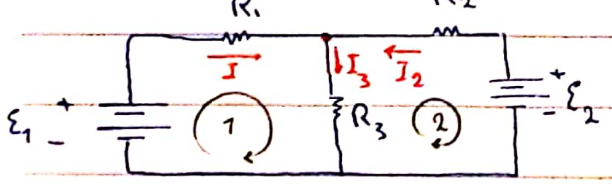
جهت دوران حلقه
(افزایش ولتاژ)

R+r (اگر مقاومت درونی باتری را حساب کنیم)



$+\varepsilon - RI = 0 \Rightarrow \varepsilon = RI$

● مدارهای چند حلقه‌ای:



جریان عبوری از هر مقاومت را بدست آورید.

1- یک جهت دلخواه برای دوران هر حلقه انتخاب می‌کنیم.

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

page : ( )

Subject:

Year : Month : Day : ( )

2 - جهت جریان درهر مقاومت را بدلخواه انتخاب می کنیم .

① : $+\mathcal{E}_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0$ ۳ معادله ، ۳ مجهول :

② : $-\mathcal{E}_2 + R_3 I_3 + R_2 I_2 = 0$

3 : $I_1 + I_2 = I_3$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_2 R_3 - \mathcal{E}_1 (R_2 + R_3)}{R_3 - (R_1 + R_3)(R_2 + R_3)}$$

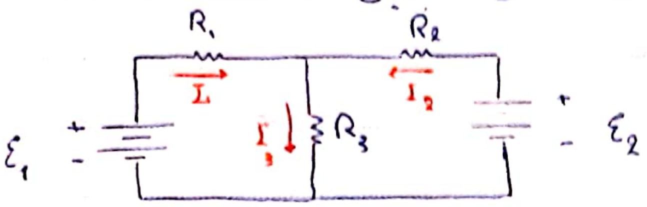
حل ۳ معادله ، ۳ مجهول ، جواب نهایی : (در کتاب هست)

$$I_2 = \frac{(R_1 + R_3)\mathcal{E}_2 - R_3 \mathcal{E}_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} , \quad I_3 = \frac{R_1 \mathcal{E}_2 + R_2 \mathcal{E}_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

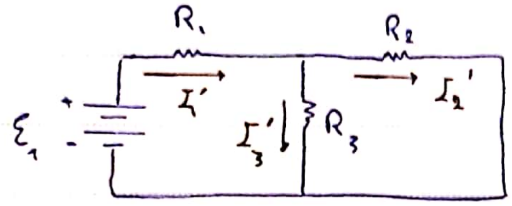
@jozve_iut

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

اصل برهم نهی : روشی است برای بدست آوردن جریان هر مقاومت در مدارهای DC . (جهت I ها فرضی)

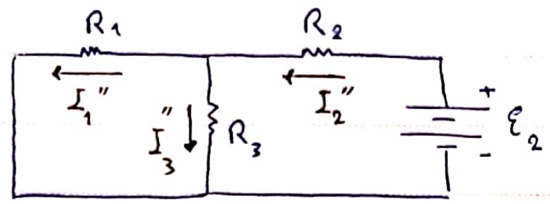


← باتری $\mathcal{E}_2$ را حذف می کنیم



(جهت I ها مشخص است)
چون 1 باتری داریم

← باتری $\mathcal{E}_1$ را حذف می کنیم.



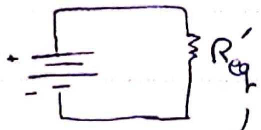
(جهت I'' ها مشخص است)

@jozve_iut

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = I_1' + I_1'' \\ I_2 = I_2' + I_2'' \\ I_3 = I_3' + I_3'' \end{cases}$$

o با حذف باتری ها، جریان هایی را به دست می آوریم و در نهایت آنها را جمع جبری می کنیم. (یعنی علامت آنها را حتماً می نویسیم)

$R_3 \parallel R_2 - R_1$

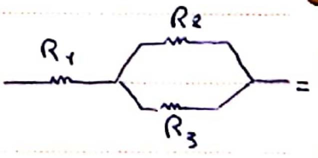


$$R'_{eq} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2+R_3}$$

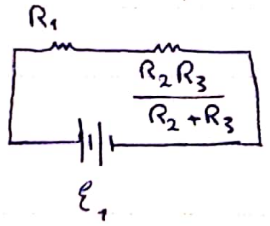
(R معادل)

$$\Rightarrow I_1' = \frac{\mathcal{E}_1}{R'_{eq}} = \frac{\mathcal{E}_1R_2 + \mathcal{E}_1R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

$$I_2' = \frac{V_2'}{R_2}$$



=



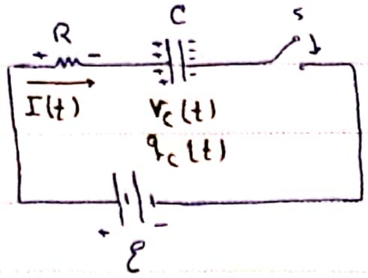
$$V_2' = V_3' = \mathcal{E} - V_1' = \mathcal{E} - R_1I_1'$$

$$I_2' = \frac{\mathcal{E} - R_1I_1'}{R_2} = \ldots\ldots \qquad I_3' = \frac{\mathcal{E} - R_1I_1'}{R_3} = \ldots$$

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject
Date

● مدارهای RC : یک مدار RC ، ε و R ، C و کلید S



$$\sum V = 0 \qquad +\varepsilon - RI - V_c = 0$$

$$\varepsilon - RI - \frac{q}{C} \qquad * \; I = \frac{dq'}{dt} \Rightarrow$$

اگر خازن در حال پرشدن باشد: $I = \frac{dq'}{dt} = +\frac{dq_c}{dt}$

اگر خازن در حال خالی شدن باشد: $I = -\frac{dq}{dt}$ $\qquad * \; \varepsilon - R\frac{dq_c}{dt} - \frac{q_c}{C} = 0$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{1}{R}\left(\varepsilon - \frac{1}{C}q\right) \Rightarrow \frac{dq}{\varepsilon - \frac{1}{C}q} = \frac{dt}{R}$$

@jozve_iut

$$\Rightarrow \int_0^q \frac{dq}{\varepsilon - \frac{1}{C}q} = \int_0^t \frac{dt}{R} = R^{-1}\int_0^t dt$$

$$\Rightarrow -C\ln\left(\varepsilon - \frac{1}{C}q\right)\Big|_0^q = \frac{t}{R} \Rightarrow \ln\left(\varepsilon - \frac{1}{C}q\right)\Big|_0^q = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\varepsilon - \frac{1}{C}q\right) - \ln\varepsilon = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \ln\left(\frac{\varepsilon - q/C}{\varepsilon}\right) =$$

$$\ln\left(1 - \frac{q}{C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow 1 - \frac{q}{C\varepsilon} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow q = \underbrace{C\varepsilon}_{q_0}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

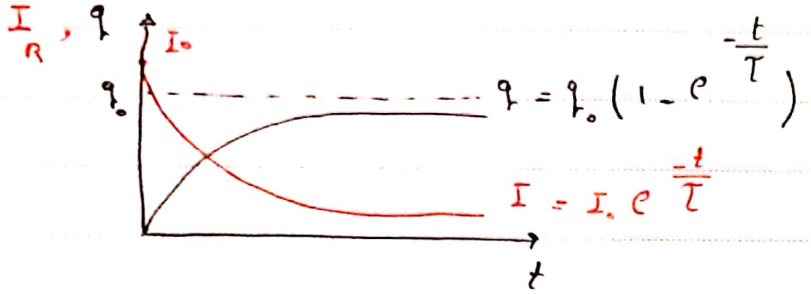
$RC = \tau$ زمان مشخصه

PAPCO

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject
Date

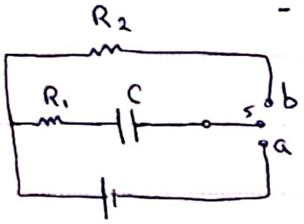
$$\Rightarrow q = q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \xrightarrow{I_R = \frac{dq}{dt}} I_R = q_0\left(\frac{1}{\tau} e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$



مثال ۶: در مدار زیر ابتدا کلید را به a وصل می‌کنیم و آنقدر صبر می‌کنیم تا خازن پر شود.

سپس در لحظه $t=0$ کلید را به b وصل می‌کنیم در نتیجه خازن شروع به تخلیه شدن می‌کند.

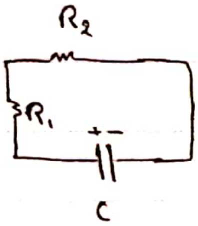
الف) بار اولیه خازن ب) جریان مدار برحسب زمان را به دست آورید.



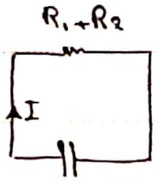
@jozve_iut

a : مدار شارژ $\qquad q_0 = C\varepsilon$ (بار اولیه)

b : مدار دشارژ / تخلیه



=



$$V_{R_1+R_2} + V_C = 0 \Rightarrow +\frac{q}{C} - (R_1+R_2)I = 0$$

$$I = \frac{-dq}{dt} \Rightarrow \frac{q}{C} + (R_1+R_2)\frac{dq}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{C(R_1+R_2)}q \Rightarrow \int_{q_0}^{q}\frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt}{C(R_1+R_2)}$$

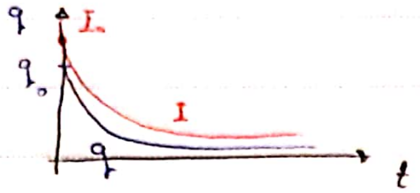
$$\Rightarrow \ln(q/q_0) = -\frac{t}{\underbrace{(R_1+R_2)}_{R_T}C} \Rightarrow q = q_0 e^{\frac{-t}{R_T C}} = q_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$I = -\frac{dq}{dt} = +\frac{q_0}{R_T \cdot C}e^{\frac{-t}{R_T C}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

PaPCO

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject
Date



نکته) ۱. یک خازن خالی مانند یک سیم کاملاً رسانا عمل می‌کند. $(t=0)$

۲. یک خازن کاملاً پر مانند یک مقاومت ∞ عمل می‌کند $(t \to \infty)$ شرایط حالت پایدار

$$\text{دشارژ} \begin{cases} q = q_0 e^{-\frac{t}{\tau_2}} \\ I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau_2}} \end{cases}$$

مثال) در مدار مقابل فرض کنید کلید S برای مدت طولانی (∞) بسته بوده است.

@jozve_iut

الف) در این حالت جریان عبوری از هر مقاومت را به دست آورید.

ب) در این حالت جریان عبوری از هر مقاومت را به دست آورید. = X

ب) بار روی خازن را به دست آورید.

ج) اکنون در لحظه‌ی $t=0$ کلید را باز می‌کنیم، جریان عبوری از R_2 (i_{R_2}) را

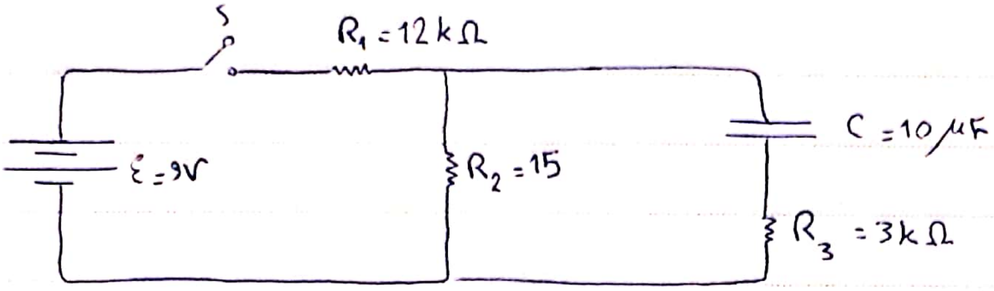
برحسب زمان به دست می‌آوریم.

د) چه قدر طول می‌کشد تا بار خازن به $\frac{1}{5}$ مقدار اولیه‌اش برسد.

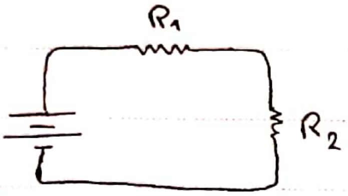
PAPCO

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject
Date

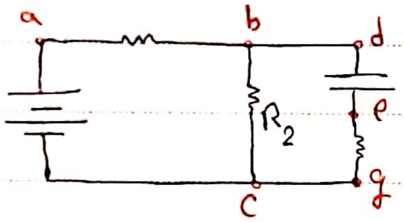


حل) الف → چون خازن پر $\Rightarrow R_\infty \rightarrow i_{R_3} = 0$



$$i_{R_1} = i_{R_2} = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \frac{9}{12 + 15} = 0.33 \times 10^{-3}\,A$$

ب $\rightarrow q = CV$



$V_{\text{خازن}} = V_{b,c} = V_{R_2}$

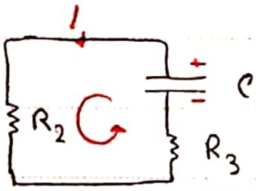
* چون جریانی از R_3 نمی گذرد $V_{e,g} = 0$

اختلاف پتانسیل خازن با اختلاف پتانسیل دوسر R_2 برابر است => باید V_{R_2} را پیدا کنیم

$$V_{R_2} = i_{R_2} \times R_2 = 0.33 \times 10^{-3} \times 15\,k\Omega = 5V \quad , V_{R_1} = 4V$$

$\Rightarrow q = CV_{R_2} = 10\,\mu F \times 5V = 50\,\mu C$ → بار اولیه خازن

ج)



نوشتن معادله → محاسبات از اول
i ... (مراحل انتگرال گیری)

$$i_2 + i_3 = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\Rightarrow I_{R_2} + I_{R_3} = (0.33)\, e^{-\frac{t}{180\,ms}}\ mA$$

* $\tau = C(R_1 + R_2)$
↳ $10 \times 18 = 180\ ms$

د) $1000\, q = q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\qquad \frac{q_0}{5} = q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

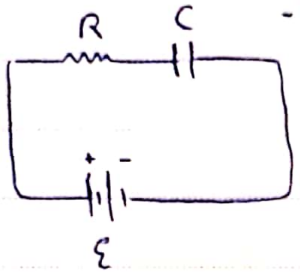
$\Rightarrow t = \tau \ln 5$

باید محاسبات کامل نوشته شود.

@jozve_iut
PAPCO
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject
Date

مثال) در مدار شکل رو به رو وقتی خازن پر شد، بار انجام شده توسط باتری، انرژی ذخیره شده در خازن و انرژی تلف شده در مقاومت را به دست آورید.



حل: فرض کنیم بار خازن در حالت پایدار Q باشد

$W_{باتری} = \varepsilon Q \qquad W_R = ?$

$U_C = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad P_R = Ri^2 \qquad P = \frac{dw}{dt} \qquad dw = P(t)\,dt$

$W_R = \int_0^{\infty} P\,dt \qquad P(t) = Ri^2 = R\left(\frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}}$

$= \int \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt = \frac{\varepsilon^2}{R}\left(\frac{-\tau}{2}\right) e^{-\frac{2t}{\tau}} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon^2 \tau}{R}$ ($\tau = RC$)

$\frac{1}{2}C\varepsilon^2 =$ انرژی تلف شده در مقاومت R

خازن $\Rightarrow U_C = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{(\varepsilon C)^2}{C} = \frac{1}{2}C\varepsilon^2$

$\Rightarrow W_{باتری} = \varepsilon Q = C\varepsilon^2$ (Q یا $C\varepsilon$)

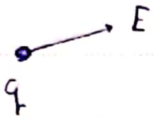
PAPCO

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject
Date

فصل ۳۰ـ میدان مغناطیسی:

میدان الکتریکی روی بارهای ساکن تاثیر می‌گذارد

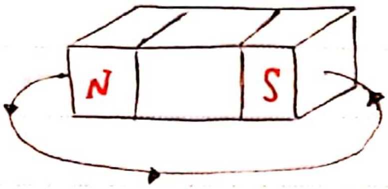


$\vec{F} = q\vec{E}$

از طرف میدان مغناطیسی به بارهای درحال حرکت نیرو وارد می‌شود.

نیروی مغناطیسی: $\vec{F}_B = +q\vec{V} \times \vec{B}$ (ضرب خارجی)

شدت میدان مغناطیسی، میدانی است که توسط یک آهنربا تولید می‌شود: $\vec{B}$

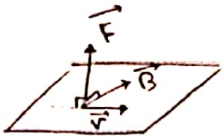


$\vec{F} \perp \vec{V}$, $\vec{F} \perp \vec{B}$

قاعده دست راست برای تعیین جهت F:

@jozve_iut

(۴ انگشت در راستای V، خم شدهٔ آن در جهت B => شست، جهت F)



* تمام مسائل فصل ۳۰ ← $\vec{B}$ همواره یکنواخت و ثابت است

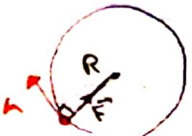
میدان مغناطیسی عمود بر صفحه ـ سمت داخل

× × ×
× × ×

میدان مغناطیسی عمود بر صفحه ـ سمت بیرون

⊙ ⊙ ⊙
⊙ ⊙ ⊙

یادآوری از فیزیک ۱: ۱ـ حرکت دایره‌ای یکنواخت ـ جهت نیرو همواره بر سرعت ذره عمود است



۲ـ نیروی $\vec{F}$ کار مکانیکی روی ذره انجام نمی‌دهد. $W = F \cdot x$

حرکت دایره‌ای می‌شود ⟸ if $\vec{F} \perp \vec{V}$ (ثابت) ⟸ $\frac{dw}{dt} = F \cdot \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{V}$

PAPCO

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

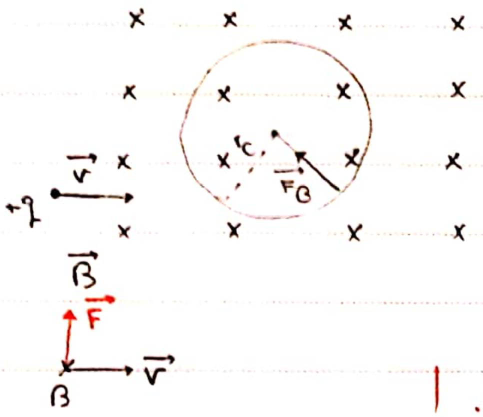
Subject
Date

مسئله : میدان مغناطیسی $\vec{B}$ مطابق شکل یکنواخت و عمود بر صفحه به سمت داخل است. بار $+q$ با سرعت v در راستای افقی وارد میدان می‌شود. مطلوب است شعاع

یا $\vec{v} \perp \vec{B}$

حرکت مسطح و دوری $\rightarrow$ $r_c = ?$

- در حرکت دایره‌ای $\rightarrow$ $\vec{F} = m\vec{a}$ $\xrightarrow[\text{یکنواخت}]{\text{حرکت دایره‌ای}}$ $F = m\frac{v^2}{R}$



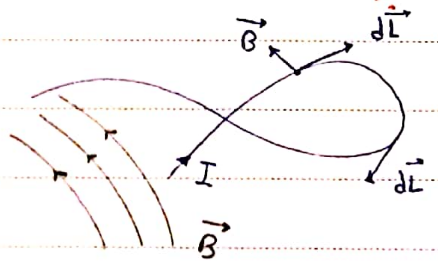
$$F_B = m\frac{v^2}{r_c} = q|\vec{v} \times \vec{B}| = qvB$$

$$\Rightarrow qvB = \frac{mv^2}{r_c} \longrightarrow r_c = \frac{mv}{qB}$$

@jozve_iut

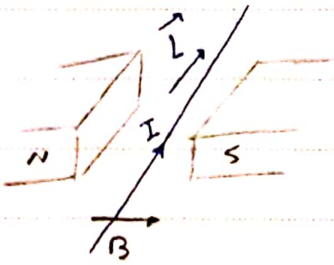
- نیروی وارد بر سیم حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی :

$$d\vec{F} = I\, d\vec{L} \times \vec{B}$$



- فرم کلی

- فرم خاص :



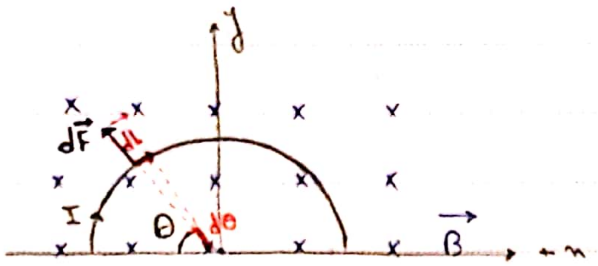
$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} \rightarrow \text{یکنواخت}$$

طولی از سیم در میدان است

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject
Date

مسئله ۱) سیمی حامل شکل به صورت نیم دایره ای به شعاع R خم کرده ایم و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت عمود بر صفحه به سمت داخل قرار می دهیم. اگر جریان I حامل شکل از آن عبور کند جهت و مقدار نیروی خالص وارد بر سیم را پیدا کنید.



$$d\vec{F} = I\, d\vec{L} \times \vec{B} \qquad dL \perp B$$

$$\Longrightarrow dF = IB\, dL$$

$F_x = 0$ چون سیم متقارن است و نیروی افقی دو به دو حذف می شوند.

$$dF_y = dF \sin\theta = IB \sin\theta\, \underbrace{dL}_{R\,d\theta} \qquad F_y = \int dy \;,\; F_y \neq 0$$

$$dF_y = IRB \sin\theta\, d\theta \Longrightarrow F_y = \int_0^{\pi} IBR \sin\theta\, d\theta =$$

$$-IBR(\cos\pi - \cos 0) = 2IBR$$ نیروی خالص وارد بر سیم از طرف میدان B

مسئله ۶۱ فصل ۲۹) مدار شکل روبرو را در نظر بگیرید. در حالی که خازن ها ابتدا بدون بار هستند کلید را از A به B وصل می کنیم و صبر می کنیم تا خازن $10 \mu F$ کاملاً پر شود. سپس کلید را در وضعیت C قرار می دهیم. انرژی گرمایی ...

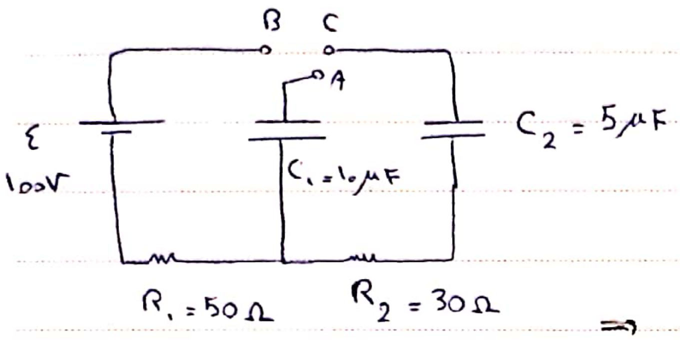
الف) تلف شده در مقاومت R_1 را پس از اتصال کلید به B به دست آورید.

ب) انرژی گرمایی تلف شده در R_2 را پس از اتصال کلید به C به دست آورید.

PAPCO

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject
Date



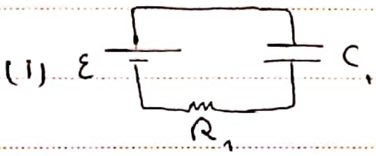
الف) توان $P = \frac{dW}{dt} = Ri^2$

$V\frac{dQ}{dt} = Vi = Ri^2$

$\Rightarrow dW = Ri^2\,dt$

$\Rightarrow$ انرژی تلف شده در مقاومت R_1: $W_1 = \int i^2(t) R_1 \, dt$

(1)



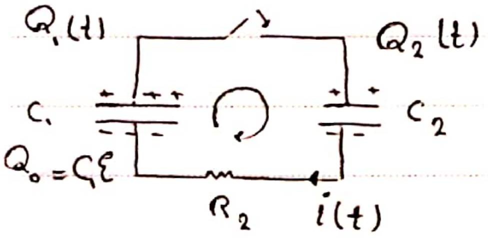
قبلاً بدست آوردیم $\longrightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \Rightarrow W_1 = \int_0^\infty \left(\frac{\varepsilon}{R_1} e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2 R\,dt = \frac{\varepsilon^2}{R_1}\int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}}\,dt$

$\Rightarrow W_1 = \frac{\varepsilon^2}{R}\frac{RC}{2} = \frac{1}{2}C\varepsilon^2 = \frac{1}{2}\times 10^{-5}\times 10^4 = 0.05\,J \longrightarrow$ بدون انتگرال گیری هم میتوانستیم.

@jozve_iut

C_1: راه دوم $\longrightarrow$ بار خازن $Q = C\varepsilon \longrightarrow U_{C_1} = \frac{1}{2}C\varepsilon^2 = W$

ب)



$\circlearrowright: \frac{q_1}{C_1} - \frac{q_2}{C_2} - R_2 i = 0$

$q_1 + q_2 = Q_0$

$i = \frac{-dq_1}{dt} = \frac{+dq_2}{dt}$

$\Rightarrow \frac{q_1}{C_1} - \frac{Q_0 - q_1}{C_2} - R_2 i = 0 \Rightarrow q_1\frac{C_1+C_2}{C_1C_2} - R_2 i = \frac{Q_0}{C_2}$

$\rightarrow q_1\frac{C_1+C_2}{C_1C_2} + R_2\frac{dq}{dt} = \frac{Q_0}{C_2} \Rightarrow R_2\frac{dq_1}{dt} = \boxed{\frac{Q_0}{C_2}} - \boxed{\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}}q_1$

(a) (b)

$\Rightarrow \int_{Q_0}^{q_1}\frac{(-b)\,dq_1}{a - bq_1} = \int_0^t \frac{-b\,dt}{R_2} \rightarrow \ln(a - bq_1)\Big|_{Q_0}^{q} = -\frac{b}{R}t$

PAPCO

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject:
Date

$$\Rightarrow \ln \frac{a-bq_1}{a-bQ_0} = -\frac{b}{R}t \rightarrow a-bq_1 = (a-bQ_0)\,e^{-\frac{b}{R}t}$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{1}{b}\left[a-(a-bQ_0)\,e^{-\frac{b}{R}t}\right] \xrightarrow[\text{فرمول}]{\text{جایگذاری در}} q_1 = Q_0 \ ? \quad t=0$$

درست است

$$\rightarrow q_1 = Q_0 \ \checkmark$$

• چون خازن C_1 در حال خالی شدن است: $i = \frac{-dq_1}{dt}$

$$i = -\frac{dq_1}{dt} = \frac{-1}{b}\left(0-(a-bQ_0)\left(-\frac{b}{R_2}\right)e^{-\frac{b}{R_2}t}\right)$$

$$\Rightarrow i = \boxed{-\frac{a-bQ_0}{R_2}}\,e^{-\frac{b}{R_2}t} \qquad (i_0)$$

$$w_2 = \int_0^\infty R\,i_0^2\,e^{-\frac{2b}{R_2}t}\,dt$$

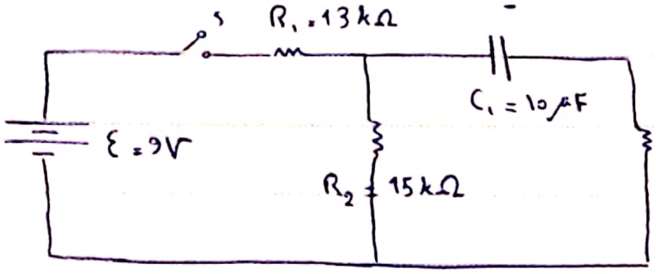
$$= R_2\,i_0^2\left(-\frac{R_2}{2b}\right)e^{-\frac{2b}{R_2}t}\Big|_0^\infty = \frac{i_0^2\,R_2^2}{2b} = \dots$$

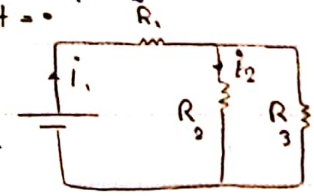
@jozve_iut

مسئله ۶۲ - در مدار روبه‌رو در لحظه $t=0$ کلید S بسته می‌شود در حالی که خازن ابتدا بدون بار است

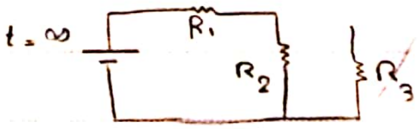
الف) جریان اولیه در هر مقاومت و خازن را به دست آورید و اختلاف پتانسیل هر عنصر را نیز به دست آورید.

ب) همین مقادیر را برای حالت پایا به دست آورید.





الف) خازن خالی



ب) خازن پر

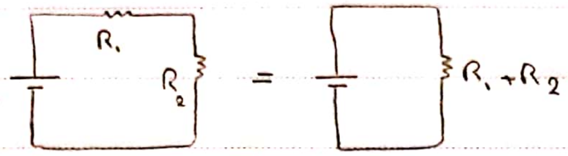
(الف) $i_1 = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}} = \dfrac{9}{(13+2.5)}\times10^{-3} = \dots$

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

$$\varepsilon = V_1 + V_{2,3} = R_1 i_1 + V_2 \longrightarrow V_2 = \varepsilon - R_1 i_1$$

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{\varepsilon - R_1 i_1}{R_2} \qquad i_3 = \frac{V_3 = V_2}{R_3} = \frac{\varepsilon - R_1 i_1}{R_3}$$

ب) ε



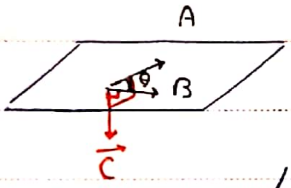
حالت پایا $\Rightarrow i_1 = i_2 = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$

$i_c = 0$ (خازن) $\qquad V_C = V_2 \qquad V_1 = i_1 R_1 \qquad V_2 = i_2 R_2 = V_C$

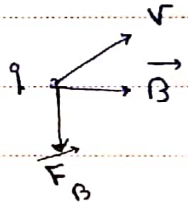
• یادآوری - ضرب برداری:

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \qquad |\vec{C}| = |\vec{A}||\vec{B}| \sin\theta$

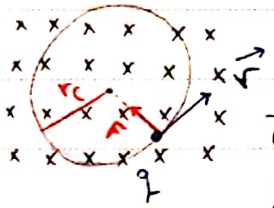
$\vec{C} \perp \vec{A} \;,\; \vec{C} \perp \vec{B}$



$\vec{F}_B = q\,\vec{V} \times \vec{B} \Rightarrow$ حرکت سیکلوترونی بار



$\vec{F} \perp \vec{V}$



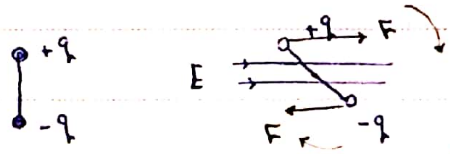
$\vec{B}$ به طرف خواننده

$$F = m\frac{V^2}{r_c} = qVB\sin\theta \Rightarrow r_c = \frac{mV}{qB}$$

▪ نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی

$$d\vec{F} = I\, d\vec{L} \times \vec{B}$$

• دوقطبی الکتریکی:



مرکز جرم ۲ قطبی در میدان ثابت می‌ماند چون برآیند نیروها در مرکز جرم صفر است. اما می‌تواند حول مرکز جرم بچرخد.

$p = q\vec{L}$

بردار ۲ قطبی الکتریکی

PAPCO

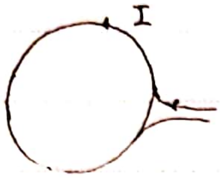
@jozve_iut
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject
Date

$\vec{\mu} = I\vec{A}$ بردار گشتاور مغناطیسی

گشتاور مغناطیسی :

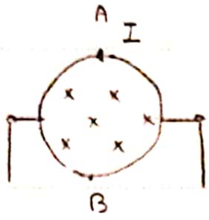
A : بردار مساحت حلقه است جهت آن : جهت شست دست راست اگر ۴ انگشت در جهت جریان



گشتاور مغناطیسی

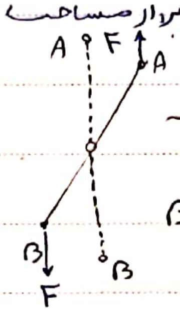
قرارداد : I : جریان عبوری از حلقه

$\vec{A}$: بردار مساحت حلقه



مرکز جرم حلقه ثابت است اما می‌تواند بچرخد (چون برایند نیروها در مرکز جرم صفر است (با توجه مثل نیم حلقه در میدان))

از راه چپ → حلقه – نمای بالا



حلقه →

با توجه به نیروهای وارد بر A و B (F) حلقه عمودی قرار می‌گیرد.

فصل ۳۱ —

میدان مغناطیسی جریان الکتریکی

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

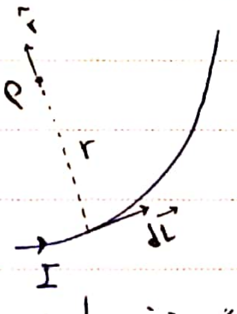
قانون بیوساوار

(قانونی به نام قانون آمپر هم خواهیم داشت)

μ_0 : تراوایی خلاء $= 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$

میدان الکتریکی

(قانون گاوس داشتیم)



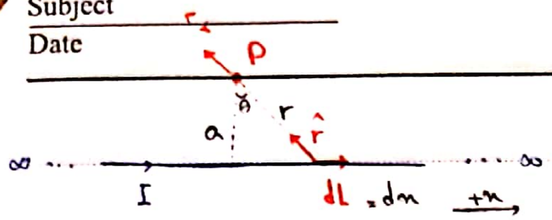
مثال : یک سیم کاملاً مستقیم طویل را در نظر بگیرید که جریان I در آن برقرار است. جهت و مقدار میدان مغناطیسی را در نقطه P واقع در فاصله r عمود بر سیم به دست آورید.

PAPCO

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject

Date



$$d\vec B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec L \times \vec r}{r^2}$$ ⟶ جهت بردار B در نقطه P عمود بر صفحه و به سمت بیرون است ⊙

$* \; |\hat r| = 1 \qquad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|d\vec L \times \hat r|}{r^2}$

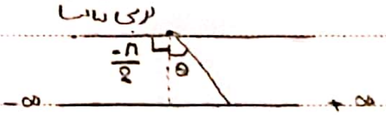
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dL \times 1 \times \sin(\frac{\pi}{2}+\theta)}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dL \cos\theta}{r^2}$$

$$\Rightarrow B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos\theta \, dx}{r^2}$$ ⟶ برحسب θ ...

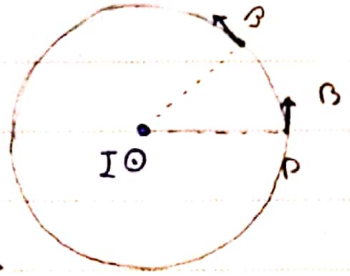
$x = a\tan\theta \longrightarrow dx = \frac{a}{\cos^2\theta} \cdot d\theta \qquad r = \frac{a}{\cos\theta}$

$$\dots \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \frac{\frac{a}{\cos^2\theta}}{\frac{a^2}{\cos^2\theta}} d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta}{a} d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \cdot 2$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$ میدان مغناطیسی در نقطه P به فاصله a از سیم حامل جریان I

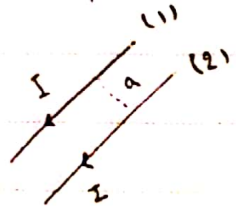


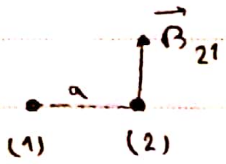
میدان مغناطیسی در اطراف سیم طویل حامل جریان I



● اگر به سیم از دید جپ نگاه کنیم ، شست دست راست در جهت I سه ۴ انگشت خم شده در جهت B :)

مثال ۵) نیروی وارد بین ۲ سیم حامل جریان I (طویل) که به طور موازی به فاصله a از هم قرار دارند را به دست آورید.





$\vec B_{21}$ ⟶ میدان مغناطیسی ناشی از سیم ۱ در محل سیم ۲

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

PAPCO

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject
Date

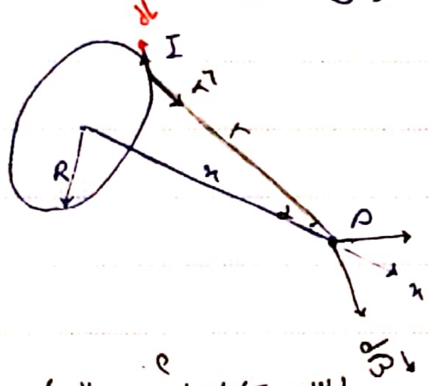
$\vec{F}_{21} = I\, \vec{L} \times \vec{B}_{12} \longrightarrow F_{12} = I L B_{12}$ اندازه

$\frac{F_{12}}{L} = I B_{12}$ ؛ $\frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}$ نیروی وارد بر واحد طول سیم ۲ از طرف سیم ۱

if $I = 1A$, $a = 1 \longrightarrow \frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi \times 1}$

از این رابطه برای تعیین واحد جریان یعنی آمپر استفاده می‌شود.

مسئله : فرض کنید جریان I از یک حلقه دایره ای به شعاع R می‌گذرد. مطلوب است جهت و مقدار میدان مغناطیسی در نقطه P روی محور حلقه به فاصله x از آن قرار دارد.



$\hat{r} \perp \vec{dL}$

با توجه به اینکه مولفه های جانبی $\vec{dB}$ همدیگر را خنثی می‌کنند فقط در جهت x میدان وجود دارد. (همچنین می‌توانستیم از قاعده دست راست نیز استفاده کنیم. ۴ انگشت در جهت I ← شست دست راست، جهت B)

(۳ بعدی باید باشد $\vec{dB}$)

$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dL} \times \vec{r}}{r^2} \Rightarrow |\vec{dB}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|\vec{dL} \times \hat{r}|}{r^2}$ $\quad \vec{dL} \perp \hat{r}$

$\Rightarrow \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL$ $\quad \begin{cases} B_x \neq 0 \\ B_{\perp x} = 0 \end{cases}$ تقارن $\quad B = \int dB_x = \int dB \sin\alpha =$

PAPCO

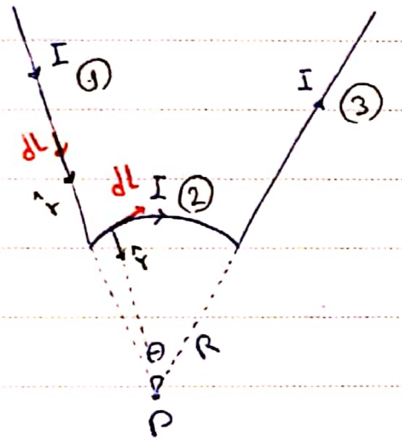
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject
Date

از $\Rightarrow \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \sin\alpha \underbrace{\int dl}_{\text{محیط دایره } 2\pi R} = \frac{\mu_0 I \sin\alpha \cdot R}{2r^2} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$

* if $x=0 \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ در مرکز حلقه

مثال) در شکل مقابل جریان الکتریکی I از سیم عبور می‌کند. زاویه روبه‌رو به کمان θ و شعاع کمان R است. میدان مغناطیسی در مرکز کمان (P) را به دست آورید.



$dB_1 = 0 \qquad \vec{dl} \times \vec{r} = 0 \quad (\sin 0)$

$dB_3 = 0$

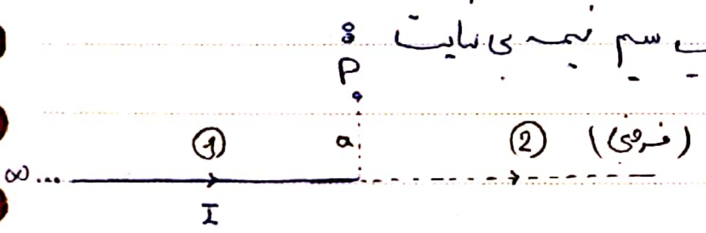
$dB_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2}$

B عمود بر صفحه، سمت داخل است.

$r=R \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} dl \longrightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int \underbrace{dl}_{R\,d\theta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} R\theta$

$\longrightarrow B_{کل} = 0 + \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi R}$ → برحسب رادیان

نکته: میدان مغناطیسی در نقطه P برای یک سیم نیمه بی‌نهایت:



میدان یک سیم نیمه بی‌نهایت در فاصله a بالای انتهای سیم.

$B_{سیم\ کل} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = \underbrace{B_1}_{\text{نیمه بی‌نهایت}} + \underbrace{B_2}_{\text{نیمه بی‌نهایت}} = 2B_1 \longrightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$

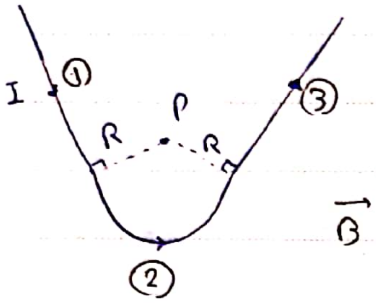
P4PCO

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

@jozve_iut

Subject
Date

مثال) در شکل مقابل نقطه P مرکز کمانی از دایره به زاویه رأس θ بوده و همچنین در فاصله عمودی R از ۲ سیم نیمه‌ی نهایت قرار دارد. میدان مغناطیسی کل را در نقطه P به دست آورید.



$\vec{B}$: عمود بر صفحه به سمت بیرون

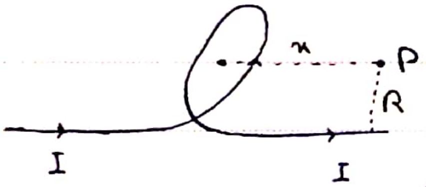
$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3}$$

$$\vec{B} = 2 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi R} + \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\left(1 + \frac{\theta}{2}\right)$$

$$* \vec{B_1} = \vec{B_3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi R}$$

مسئله قبلی

مثال) مطابق شکل جریان I حین عبور از یک سیم مستقیم بی نهایت در یک حلقه دوری زند به شعاع R. چنانچه محور حلقه به موازات سیم باشد اندازه و جهت میدان مغناطیسی را در نقطه P که به فاصله x از محور حلقه قرار دارد را به دست آورید.



از روبه رو، جهت I به سمت بیرون

$$\vec{B_P} = \vec{B_1} + \vec{B_2} \qquad \vec{B_1} = B_1(-\hat{j}) \qquad B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$\vec{B_2} = B_2(+\hat{i}) \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}\hat{i} - \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\hat{j} \Rightarrow B = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\right)^2}$$

@jozve_iut

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

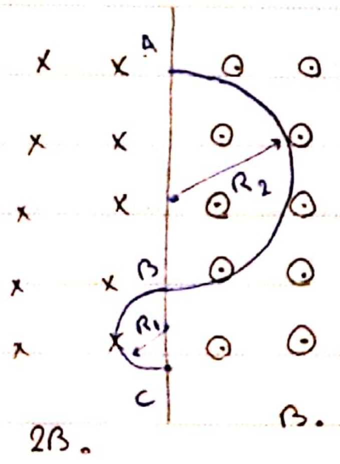
Subject
Date

مثال) مطابق شکل میدان X، $2B_0$ و میدان ⊙، B_0 است. یک بار q به جرم m با سرعت اولیه V_0 وارد میدان B_0 شده و سپس از حرکت دایره‌ای با شعاع R_1 وارد $2B_0$ شده و حرکت دایره‌ای R_2 را انجام می‌دهد. الف) شعاع‌های R_1 و R_2 را به دست آورید

ب) چه مدت طول می‌کشد تا ذره از A به C برسد.

$$F = m\frac{V^2}{R} = qBV \qquad R = \frac{mV}{qB}$$

$$R_1 = \frac{mV_0}{qB_0} \qquad R_2 = \frac{mV_0}{2qB_0} \qquad t = \frac{\text{طول طی شده}}{\text{سرعت ذره}} = \frac{\pi R_1 + \pi R_2}{V_0}$$



@jozve_iut

$$= \frac{\pi}{V_0}\left(\frac{mV_0}{qB_0} + \frac{mV_0}{2qB_0}\right) = \frac{\pi m}{qB_0}\left(\frac{3}{2}\right)$$

PAPCO

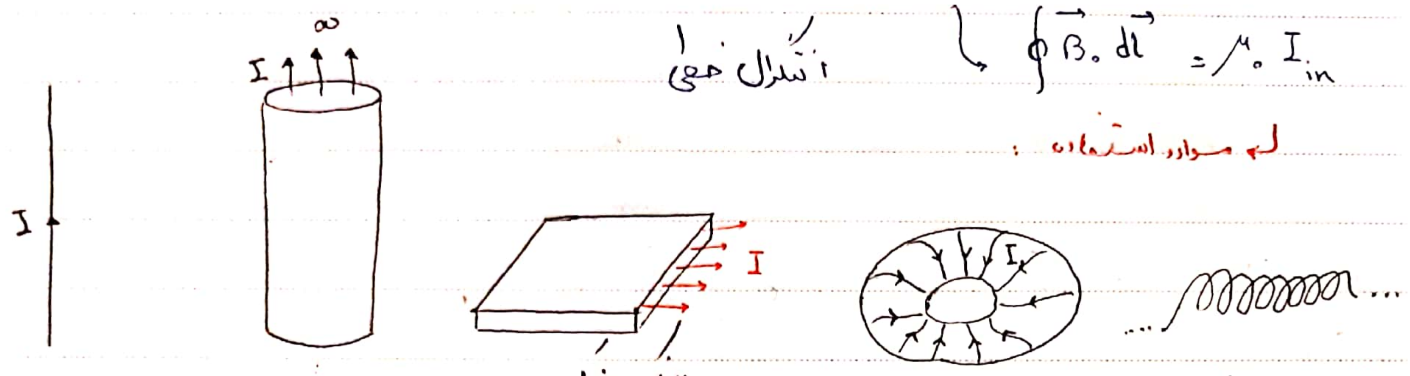
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject
Date

$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$ $\xrightarrow{\text{برای جریان}}$ های خاص $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ قانون آمپر:

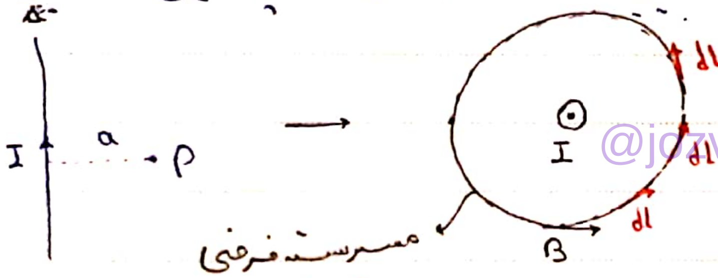
انتگرال خطی ← $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$

که موارد استفاده:



سیم مستقیم بی‌نهایت — (استوانه‌ای بی‌نهایت) — جریانی که از یک سطح بی‌نهایت می‌گذرد — چنبره — سیم لوله طویل

(1) یک سیم حامل جریان مستقیم و طویل در نظر بگیرید. با استفاده از قانون آمپر میدان مغناطیسی را در فاصله a از سیم به دست آورید.



$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ → قبلاً به دست آوردیم

قانون آمپر: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}$ $\quad \vec{B}\parallel d\vec{l} \Rightarrow \oint B\,dl = B\oint dl = 2\pi a B$

↓ مقدار دیفرانسیلی از مسیر فرضی

$\Rightarrow 2\pi a B = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

با استفاده از قانون آمپر

B : میدان مغناطیسی که محور تقارن دارد.

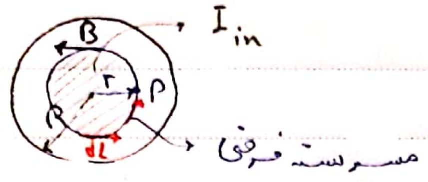
(2) جریان I مطابق شکل از سطح مقطع یک سیم استوانه‌ای به شعاع R و طول بی‌نهایت می‌گذرد.

مطلوب است میدان مغناطیسی در الف) $r<R$ ب) $r>R$

PAPCO

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject
Date



۱-۱ سطح مقطع استوانه

(حل الف) $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$ ، ?

جریان الکتریکی برون سو

$$\left.\begin{array}{l}\pi R^2 \longrightarrow I\\ \pi r^2 \longrightarrow I_{in}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تناسب}} I_{in} = I\left(\frac{r}{R}\right)^2$$

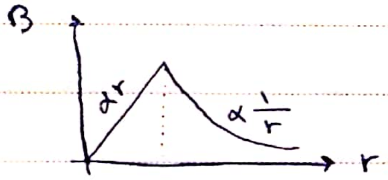
$$\vec{B} \parallel d\vec{l} \Rightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint B\,dl = B\oint dl$$

$(\cos 0 = 1)$

$$\Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I_{in} = \mu_0 I\left(\frac{r}{R}\right)^2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\, r \qquad r<R$$

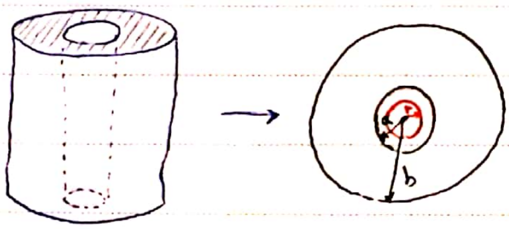
(حل ب) $B(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $\quad r>R$: فرمول حساب

$I_{in} = I$



@jozve_iut

مثال ۱. جریان I از سطح مقطع استوانه توخالی روبه رو می گذرد. با استفاده از قانون آمپر میدان مغناطیسی را در سطح مقطع یک استوانه توخالی بی نهایت برای $r<a$ ، $a<r<b$ ، $r>b$ بدست آورید.



$$r<a \Rightarrow \oint B_1\cdot dl = \mu_0 I_{in}$$

$$\rightarrow 2\pi r B_1 = 0 \Rightarrow B_1 = 0$$

$a<r<b$

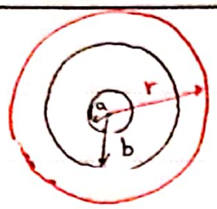
$$\left.\begin{array}{l}\pi(b^2-a^2) \longrightarrow I\\ \pi(r^2-a^2) \longrightarrow I_{in}\end{array}\right\} \Rightarrow I_{in} = I\,\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2}$$

$$\Rightarrow 2\pi r(B_2) = \mu_0 I_{in} = \mu_0 I\,\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2} \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(b^2-a^2)}\cdot\frac{r^2-a^2}{r}$$

PAPCO

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

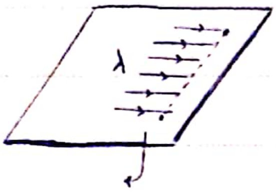
Subject
Date



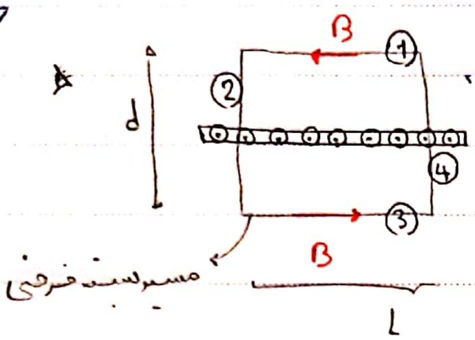
$r > b \Rightarrow 2\pi r (B_3) = \mu_0 I_{in} = \mu_0 I \Rightarrow B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$I_{in} = I$

(3) یک ورقه نامتناهی مسطح را در نظر بگیرید که جریان عبوری از واحد طول روی آن λ باشد.



λ: میزان جریانی که از واحد طول می‌گذرد.



میدان مغناطیسی این جریان را به دست آورید.

B با توجه به قانون دست راست متوجه می‌شویم که میدان باید به این صورت باشد.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \underbrace{\int_1 \vec{B}\cdot d\vec{l}}_{B \parallel dl,\ \cos 0 = 1} + \underbrace{\int_2 \vec{B}\cdot d\vec{l}}_{B \perp dl,\ \cos\frac{\pi}{2} = 0} + \int_3 \vec{B}\cdot d\vec{l} + \underbrace{\int_4 \vec{B}\cdot d\vec{l}}_{0}$$

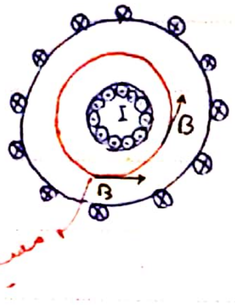
@jozve_iut

$$\Rightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_1 B\,dl + \int_3 B\,dl = BL + BL = 2BL = \mu_0 I_{in}$$

$$I_{in} = \lambda L \Rightarrow 2BL = \mu_0 \lambda L \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \lambda}{2}$$ مقداری ثابت

(4) یک چنبره به شعاع متوسط R را در نظر بگیرید که تعداد N دور سیم حامل جریان I دارد. میدان مغناطیسی در داخل چنبره را به دست آورید.

سطح مقطع چنبره



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\pi R B = \mu_0 (NI)$$

$B \parallel dl$

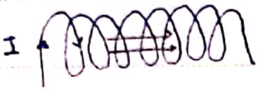
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$$

PAPCO

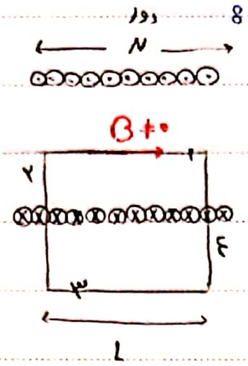
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject
Date

(15) میدان مغناطیسی درون یک سیم لوله:



سیم لوله مستقیم



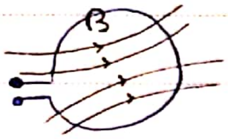
$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_1 + \int_2 + \int_3 + \int_4$$

($\int_2$: 0 ، $B \perp dl$ ؛ $\int_3$: $B=0$ ؛ $\int_4$: 0)

$$\Rightarrow BL = \mu_0 N I \xrightarrow{B=0} B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 n I$$

(n) تعداد دورهای سیم لوله در واحد طول

فصل ۳۲ _ قانون فاراده و القا: (ارتباط میدان مغناطیسی و الکتریکی)

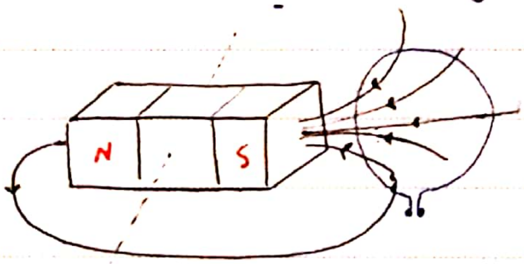


حلقه در حضور میدان مغناطیسی

شار مغناطیسی $\Phi_B = \oint \vec{B}\cdot d\vec{A}$ روی سطح حلقه بسته

قانون القا فاراده: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$\xrightarrow{?} B$ نیروی محرکه القایی: $\mathcal{E} \Leftarrow$



• تغییر شار: ۱- تغییر میدان
۲- تغییر مساحت
۳- تغییر زاویه بین A و B

در این فصل در اکثر موارد $\vec{B}$ یکنواخت و ثابت است و حلقه ها هم تخت هستند. $\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A}$

در شکل بالا اگر حلقه N دور داشته باشد:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

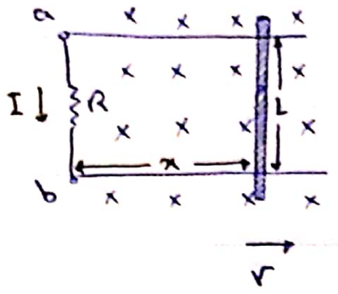
PAPCO

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject
Date

مثال) در شکل مقابل یک مقاومت R به یک حلقه وصل است که درآن قطعه سیم مستقیم با

سرعت ثابت v به سمت راست حرکت می‌کند. جریان عبوری از مقاومت را بدست آورید.



جهت جریان از b ← a است یا از a ← b ؟ نیروی emf حرکتی:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(\vec{B}\cdot\vec{A}) = -\frac{d}{dt}BA$$

$\vec{B} \parallel \vec{A}$

B ثابت است

$$= -B\frac{d}{dt}(xL) = -BL\frac{dx}{dt} = -BLV = \mathcal{E} = V_{ab}$$

جریان عبوری از مقاومت $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{V_{ab}}{R} = \frac{BLV}{R}$

قانون لنز: جهت ع به گونه‌ای است که با تغییر شار مغناطیسی مخالفت شود. یعنی اگر در عمل شار

زیاد شود یک میدان مغناطیسی جدید در جهت معکوس به وجود آید که شار کل را کاهش دهد.

به علت وجود منفی در رابطه $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

در سوال بالا باید جهت جریان به گونه‌ای باشد که با شار مخالفت کند ← میدان ثانویه ناشی از جریان I

با افزایش

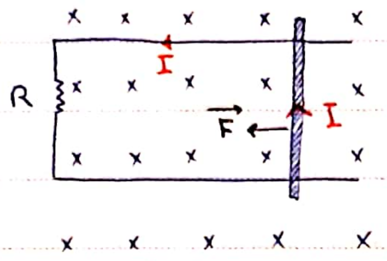
باید خلاف جهت میدان اولیه یعنی به سمت بیرون باشد. طبق قاعده دست راست جهت جریان باید

پادساعتگرد (از a به b باشد)

ب) نیروی وارد بر سیم متحرک را بیابید (نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی)

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

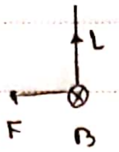
Subject
Date



$\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B}$

با قاعده دست راست

جهت F به سمت چپ است.



$\vec{L}\perp\vec{B} \Rightarrow |\vec{F}| = ILB$

$F = \dfrac{B^2L^2}{R}v$

ج) توان مصرفی در مقاومت R را بدست آورید.

$P = VI \qquad V_{ab} = \mathcal{E}$

اتلاف انرژی پتانسیل ← جریان

سرعت

$\Rightarrow P = \dfrac{(BLv)^2}{R}$

بارها وقتی از پتانسیل بیشتر به کمتر می روند انرژی اشان کاهش می یابد.

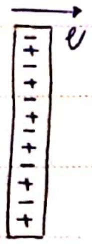
$P = \dfrac{dE}{dt}$

مجموع توان = انرژی که در واحد زمان مصرف می شود.

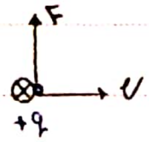
@jozve_iut

در این حالت: $\dfrac{dE}{dt} = \dfrac{d}{dt}(qV) = VI$

مثال: مطابق شکل یک میله را به سمت راست با سرعت v حرکت می دهیم. چه اتفاق فیزیکی در سیم به وجود می آید؟

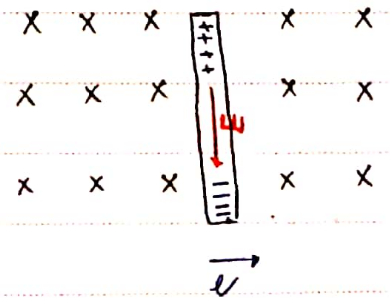


بین ۲ انتهای یک میله متحرک در میدان مغناطیسی یک emf به وجود می آید. چه مدار بسته ای باشد (مثال قبل) چه نباشد.



$F = q\vec{v}\times\vec{B}$

میله در حضور میدان ⊗



PAPCO

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

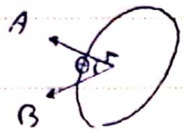
Subject :
Date

یادآوری :

$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ ثابت $\vec{B}$ $\Rightarrow \Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$

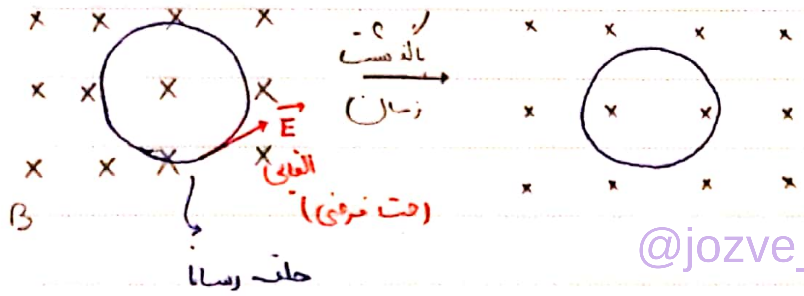
$\Phi = BA\cos\theta$ $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\left(A\cos\theta \frac{dB}{dt} + B\cos\theta \frac{dA}{dt}\right)$

θ ثابت.



• میدان مغناطیسی متغیر می‌تواند یک میدان الکتریکی به وجود آورد.

A ثابت، B با زمان تغییر کند : $\varepsilon = -A\frac{dB}{dt}$ (فرض $\cos\theta = 1$)



اگر $\frac{dB}{dt}$ ثابت باشد E القا شده هم ثابت است.

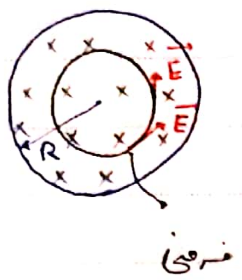
قانون فاراده : $\varepsilon = V = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

مثال) یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان داریم. شکل $B = ct$. B عمود بر صفحه به سمت داخل است. c یک ثابت و t زمان است. این میدان در داخل یک استوانه به شعاع R محدود شده است. میدان الکتریکی القایی را در داخل و خارج استوانه به دست آورید.

@jozve_iut
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject:
Date



چون تقارن استوانه ای داریم ، خطوط میدان الکتریکی القایی

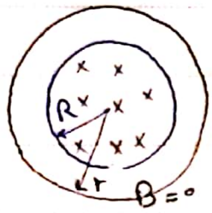
به شکل دایره‌ای هم‌مرکز با استوانه هستند . الف) $r<R$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} \underset{\vec{E}\parallel d\vec{l}}{=} \oint E\, dl = E \oint dl$$ / (جهت E فرضی)

فعلا صرف نظر می‌کنیم بعد جهت E را مشخص می‌کنیم .

$= 2\pi r E$ $\qquad \Phi = BA = B\pi r^2$ $\qquad$ به شعاع r دایره‌ای $\qquad \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = (-)\dfrac{d\Phi}{dt}$

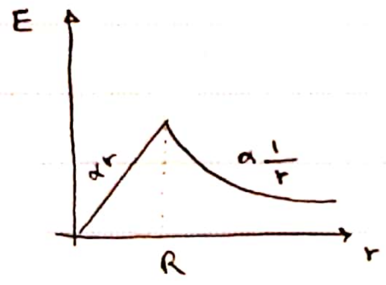
$$\frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt} = \pi C r^2 \longrightarrow \pi C r^2 = 2\pi r E \Rightarrow E = \frac{C}{2} r \quad r<R$$



ب) $2\pi r E = \dfrac{dB}{dt}\pi R^2 = \pi C R^2 \ (r>R)$ ؛ به طور مشابه

$$\longrightarrow E = \frac{CR^2}{2}\cdot\frac{1}{r} \quad r>R$$

@jozve_iut



• تعیین جهت E القایی : $B = Ct \ , \ C>0 \qquad \dfrac{dB}{dt}>0$

جهت E با استفاده از قانون لنز $\longrightarrow$ L

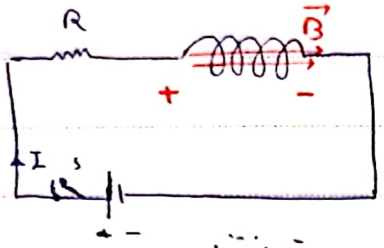
چون B افزایش می‌یابد طبق قانون لنز E شده باید طوری باشد

تا میدان مغناطیسی القایی خلاف میدان اولیه باشد (برون سو)

P4PCO

کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject :
Date



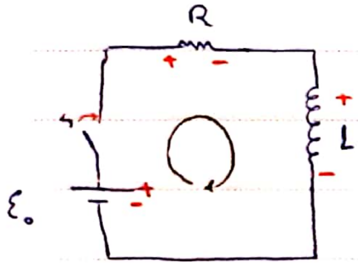
القای متقابل و خود القایی:

القاگر مانند یک باتری عمل می‌کند ، خلاف باتری اصلی است . بنابراین جهت + و - آن را (=جهت میدان B آن) این صورت انتخاب می‌کنیم :

$\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ $\quad \mathcal{E} \propto \dfrac{dI}{dt}$ $\quad \mathcal{E}$: اختلاف پتانسیل ۲ سر القاگر

$\Rightarrow \mathcal{E} = -L\dfrac{dI}{dt}$ $\quad L$: ضریب القایندگی

مثال) یک مدار RL مطابق شکل درنظر بگیرید . در لحظه $t=0$ کلید S را وصل می‌کنیم



مدار RL

جریان عبوری از مدار را برحسب زمان ، $I(t)$ ، L را بدست آورید .

(مدار افزایش جریان)

$\sum V = 0 \qquad +\mathcal{E}_0 - IR - L\dfrac{dI}{dt} = 0$

$\mathcal{E}_0 - IR = L\dfrac{dI}{dt} \longrightarrow \int_0^t \dfrac{dt}{L} = \int_0^I \dfrac{dI}{\mathcal{E}_0 - IR}$

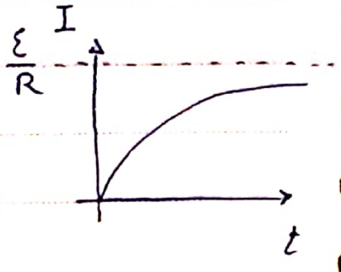
$\longrightarrow \dfrac{-1}{R}\ln(\mathcal{E} - IR) = \dfrac{t}{L} + C$ $\qquad$ C با قرار دادن $I_0 = 0$, $t_0 = 0$ در معادله بدست می‌آید . $\Leftarrow$

$C = \dfrac{-1}{R}\ln\mathcal{E} \Rightarrow \ln\left(\dfrac{\mathcal{E} - IR}{\mathcal{E}}\right) = -\dfrac{R}{L}t$ $\qquad \dfrac{L}{R} = \tau$ ← ثابت زمانی

$\Rightarrow 1 - \dfrac{R}{\mathcal{E}}I = e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \Longrightarrow \begin{cases} t = 0 & I = 0 \\ \infty & I = \dfrac{\mathcal{E}_0}{R} \end{cases}$$

← حالت پایدار ، فقط مقاومت داریم .

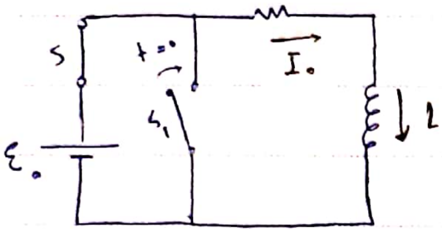


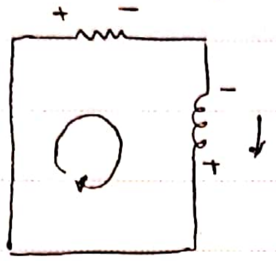
@jozve_iut

@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject:
Date

مثال) مدار کاهش جریان: در مدار RL روبرو کلید S وصل شده و مدار به حالت پایدار رسیده است. در لحظه t=0 کلید S_1 را وصل و S را قطع می‌کنیم. جریان مدار را برحسب زمان به دست آورید.





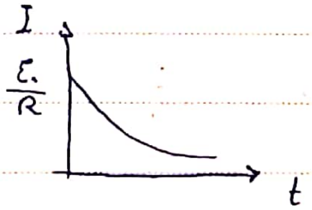
$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \qquad -IR - L\frac{dI}{dt} = 0 \longrightarrow IR + L\frac{dI}{dt} = 0$$

I کاهشی است $\frac{dI}{dt} < 0$

$$\Rightarrow IR = -L\frac{dI}{dt} \Rightarrow$$

$$-\int_0^t \frac{dt}{L/R} = \int_{\frac{\mathcal{E}_0}{R}}^{I} \frac{dI}{I} \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln I \Big|_{\frac{\mathcal{E}_0}{R}}^{I} = \ln \frac{I}{\mathcal{E}_0/R}$$

$$\Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_0}{R} e^{-t/\tau}$$



انرژی ذخیره شده در یک القاگر:

$$U_L = \frac{1}{2} L I^2$$

اثبات)

$$\mathcal{E} - IR - L\frac{dI}{dt} = 0 \longrightarrow \mathcal{E}I = I^2R + LI\frac{dI}{dt}$$

$\mathcal{E}I$: توان تامین شده توسط باتری

I^2R: توان گرمایی اتلاف شده در باتری

$LI\frac{dI}{dt}$: آهنگ ذخیره شدن انرژی در القاگر

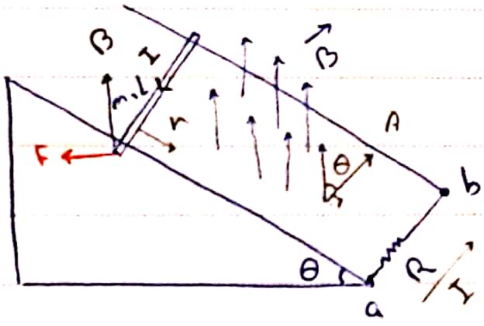
$$\longrightarrow \frac{dU_L}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \longrightarrow U_L = \frac{1}{2} L I^2$$

PAPCO

@jozve_iut
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

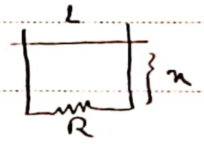
Subject :
Date

مثال) مطابق شکل سطح شیبداری از ۲ ریل رسانا تشکیل شده است . ریل ها در انتها توسط یک مقاومت R به هم وصل شده اند سطح شیبدار در میدان مغناطیسی قائم و یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد. یک میله نازک به طول L و جرم m روی ریل ها بدون اصطکاک به سمت پایین می لغزد. الف) در لحظه ای که سرعت میله V است ، نیروی محرکه القایی را به دست آورید . ب) مقدار و جهت جریان را به دست آورید . ج) مقدار و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر میله را به دست آورید . د) سرعت نهایی که میله به آن می رسد را به دست آورید .



@jozve_iut

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = V_{ab}$$



$$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\theta = BLx\cos\theta$$

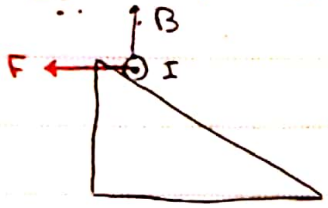
$$\Rightarrow V_{ab} = \frac{d}{dt}(BLx\cos\theta) = BL\cos\theta \frac{dx}{dt}$$ ($\frac{dx}{dt}$ = V)

$\Rightarrow$ (جواب الف) $V_{ab} = BLV\cos\theta$

حل ب $\rightarrow I = \frac{V_{ab}}{R} = \frac{BLV\cos\theta}{R}$

جهت جریان (قانون لنز) ← جریان به گونه ای باشد که با تغییر شار اولیه مخالفت کند . میله به پایین می لغزد

$\Rightarrow$ شار در حال کاهش $\Rightarrow$ جریان باید شار رو هم راستای میدان اولیه ایجاد کند $\Rightarrow$ جهت جریان از b به a



حل ج) $\rightarrow \vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B}$, $\vec{L}\perp\vec{B}$ (جهت نیرو کاملاً افقی و به سمت چپ)

$\Rightarrow |F| = ILB$

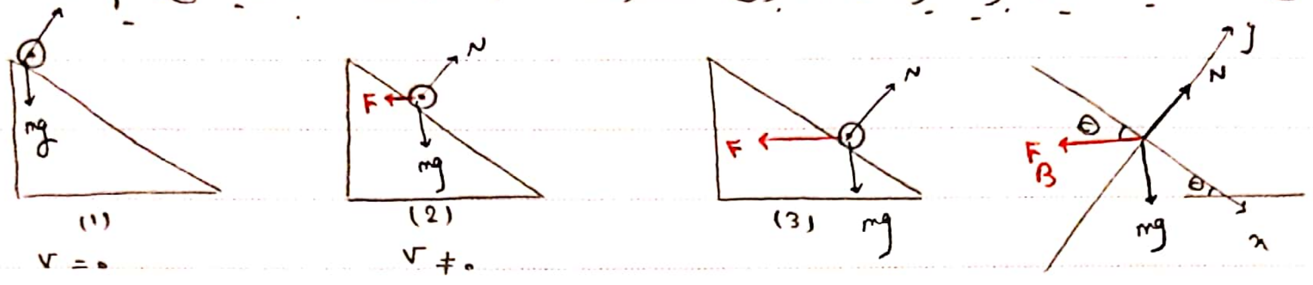
کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان | @jozve_iut

Subject:
Date

$$\rightarrow F = \frac{B^2 L^2 v \cos\theta}{R}$$

با افزایش زمان سرعت میله افزایش می‌یابد و در نتیجه حال F افزایش می‌یابد در نهایت به سرعتی

می‌رسد میله که دیگر برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شده => به سرعت ثابتی می‌رسیم



$\sum F = 0$ شرط رسیدن به سرعت ثابت $\Rightarrow F_B \cos\theta = mg \sin\theta$

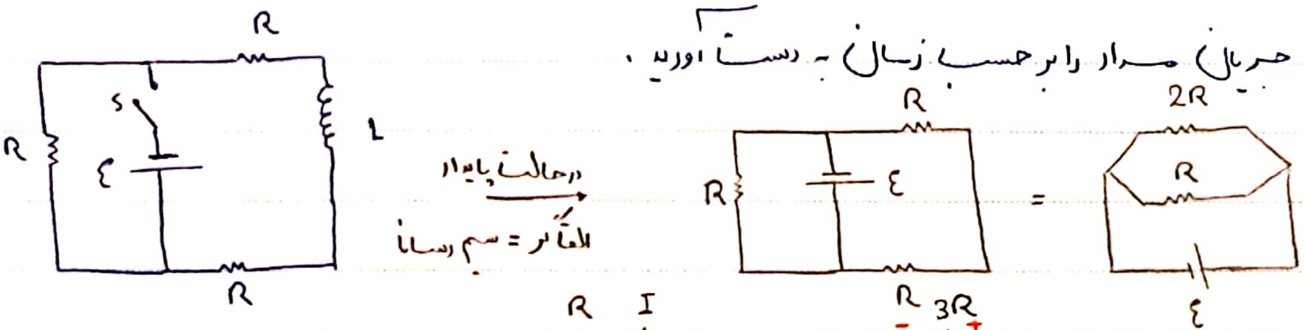
$$\Rightarrow \frac{B^2 L^2 v \cos^2\theta}{R} = mg\sin\theta \Rightarrow v_{\text{ثابت}} = \frac{mgR\sin\theta}{B^2 L^2 \cos^2\theta}$$

@jozve_iut

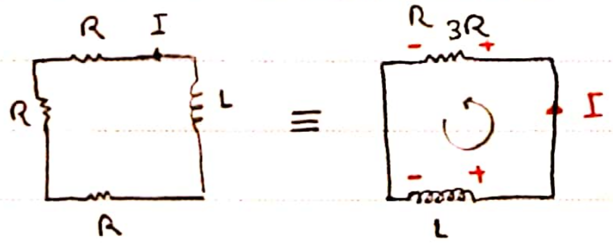
مثال) در مدار RL روبه رو کلید S بسته می‌شود و شرایط پایدار برقرار می‌شود. سپس در لحظه

$t=0$ کلید S قطع می‌شود. الف) با نوشتن معادلات مربوطه و ب) حل این معادلات

جریان مدار را برحسب زمان به دست آورید.



$I_L = \frac{\varepsilon}{2R}$ جریان اولیه $\quad t = 0 \longrightarrow$



@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

Subject:
Date

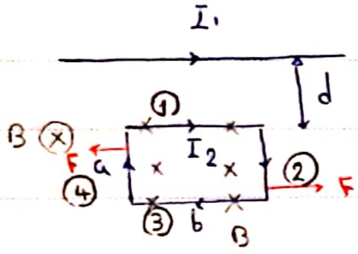
$$\Rightarrow -3RI - L\frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow 3RI = -L\frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{3R}{L}dt$$

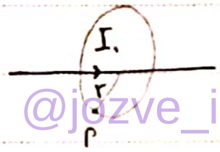
معادله دیفرانسیل

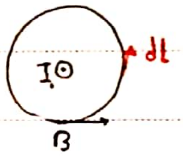
$$\Rightarrow \int_{I_0}^{I}\frac{dI}{I} = \int_0^t \frac{-3R}{L}dt \Rightarrow \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{3R}{L}t = -\frac{t}{\tau}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{L}{3R} \qquad I = I_0 e^{-t/\tau} = \frac{\varepsilon}{2R}e^{-t/\tau} \quad , \tau = \frac{L}{3R}$$

مثال) در شکل مقابل جریان I_1 از یک سیم مستقیم بی نهایت عبور می کند . الف) میدان مغناطیسی سیم مستقیم را برحسب فاصله r از آن بدست آورید (قانون آمپر) ب) جهت و میدان نیروی وارده از سیم مستقیم به سیم مستطیلی شکل را بدست آورید .







B ∥ dL

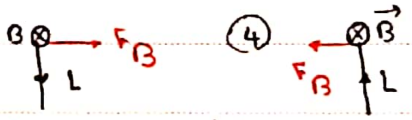
قانون آمپر

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} = \oint B\,dl = B\oint dl = B(2\pi r) = \mu_0 I_1$$

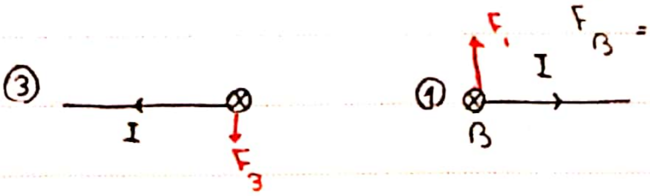
حلقه

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$ (الف)

حل ب → (2)



نیروی F_2 و F_4 یکدیگر را خنثی می کنند $\vec{F}_B = I_2\,\vec{L}\times\vec{B}$



اندازه L

$$\vec{F}_{کل} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \quad (|\vec{F}_1| > |\vec{F}_3|) \rightarrow |\vec{F}_{کل}| = |\vec{F}_1| - |\vec{F}_3| = I_2 b\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\right) -$$

$$I_2 b\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+a)}\right) = \frac{\mu_0 b I_1 I_2}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a}\right) \rightarrow F_{کل}$$

@jozve_iut
@jozve_iut | کانال مرجع جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

@jove_iut

www.jozve-iut.ir